



آموزش مفاهیم ریاضی به کمک بازنمایی‌های چندگانه

حمید دافعی

مدرس دانشگاه فرهنگیان زنجان و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

اشاره

یکی از روش‌هایی که می‌توان به کمک آن، بین تجربیات و دانش غیررسمی کودکان با دانش رسمی ریاضی آن‌ها ارتباط برقرار کرد، استفاده از «بازنمایی‌های چندگانه»^۱ می‌باشد. بازنمایی‌های چندگانه؛ به معنای معرفی یا نشان دادن یک مفهوم ریاضی، با استفاده از وضعیت‌ها و شکل‌های مختلف است. به اعتقاد ازل^۲ (۲۰۰۸) توانایی نشان دادن یک مفهوم با شیوه‌های گوناگون، درک عمیقی از آن مفهوم را در ذهن ایجاد می‌کند. بدین سبب، بازنمایی‌های ریاضی به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا مفاهیم ریاضی را از منظرهای متفاوت ببینند و با استفاده از برقراری ارتباط بین آن‌ها، به درک بهتری از یک مفهوم دست یابند [۱].

کلیدواژه‌ها: بازنمایی‌های چندگانه، آموزش ریاضی، جدول شگفت‌انگیز

بازنمایی‌های چندگانه ریاضی و اهمیت برقراری ارتباط بین آن‌ها

شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM)^۳ در سال ۲۰۰۰ میلادی، در سند خود تحت عنوان «اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه» یک استاندارد فرایندی به نام «بازنمایی‌ها» معرفی نمود و بر اهمیت استفاده از بازنمایی‌های چندگانه در یاددهی و یادگیری مفاهیم و روابط ریاضی، تأکید کرد و آن را یکی از مؤلفه‌های اصلی برنامه درسی ریاضی به حساب می‌آورد (دافعی، ۱۳۸۹). به اعتقاد این شورا استفاده دانش‌آموزان از بازنمایی‌ها به‌خصوص آن‌هایی که برایشان ملموس‌تر است، امری ضروری در یادگیری ریاضی محسوب می‌شود [۵]. در واقع دانش‌آموزان پایه‌های ابتدایی از بازنمایی‌های متنوع و ارتباط و اتصال بین مفاهیم برای ساخت‌وساز دانش ریاضی و

بیان ایده‌های ریاضی خود استفاده می‌کنند و با این کار فرایند حرکت به سمت تجرید را تسریع می‌کنند. البته این شورا به استناد پژوهش‌های انجام شده به این نتیجه رسیده است که اهمیت استفاده از بازنمایی‌های چندگانه، بایستی در طول دوره آموزشی دانش‌آموزان، مورد توجه قرار گیرد و استفاده از بازنمایی‌های مختلف برای درک عمیق‌تر مفاهیم ریاضی، بخش مهمی از فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی را تشکیل دهد [۳] و [۵]. آموزش‌گران ریاضی مدل‌های مختلفی برای به‌کارگیری بازنمایی‌های چندگانه در آموزش مفاهیم و روابط ریاضی پیشنهاد داده‌اند. یکی از این مدل‌ها، مدلی است که توسط لیش^۴ پیشنهاد شده است و براساس نظریه‌های پیاز، برونر و دیبیز ساخته شده

است. این مدل بر این نکته تأکید می‌کند که درک عمیق ایده‌های ریاضی در پنج شیوه مختلف و توانایی برقراری اتصالات بین این پنج شیوه، بازتاب داده می‌شود [۴]. این پنج شیوه متمایز از بازنمایی‌ها که در یادگیری و حل مسئله‌های ریاضی رخ می‌دهند، عبارت‌اند از:

بازنمایی ملموس (دنیای واقعی): در این حالت مفهوم مورد نظر در ارتباط با رویدادها و کاربردهای آن در دنیای واقعی، سازمان‌دهی می‌شود [۴].

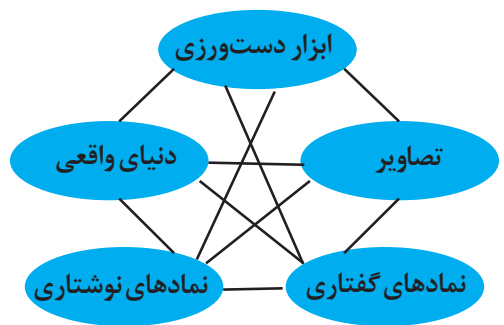
بازنمایی فیزیکی (ابزار دست‌ورزی): در این حالت دانش‌آموزان برای فکر کردن و ارتباط برقرار کردن با یک مفهوم ریاضی، از دست‌ورزی روی اشیاء استفاده می‌کنند [۳].

بازنمایی تصویری (اشکال و تصاویر): در این حالت دانش‌آموزان با مشاهده و یا رسم یک شکل، نمودار یا تصویر، از آن‌ها برای فکر کردن و ارتباط برقرار کردن با یک مفهوم ریاضی به طور شهودی، استفاده می‌کنند [۳].

بازنمایی گفتاری (شفاهی): کلمات گفته شده و توضیحاتی هستند که دانش‌آموزان برای صحبت کردن در مورد یک مفهوم ریاضی به کار می‌برند [۳].

بازنمایی نوشتاری (ذهنی): نمادگذاری‌هایی هستند که دانش‌آموزان، آن‌ها را برای فکر کردن و ارتباط برقرار کردن با یک مفهوم ریاضی در نوشتن به کار می‌برند و شامل نام‌ها، نمادها، اصول و توصیفات‌اند [۳].

مدل بازنمایی‌های لش فقط شامل پنج نوع متمایز از بازنمایی نیست؛ بلکه ارتباطات میان این بازنمایی‌ها نیز می‌باشد [۴]. (شکل ۱).



شکل ۱:

مدل لش از بازنمایی‌های چندگانه و ارتباط آن‌ها

به اعتقاد دبینز^۵، کودکان در زندگی روزانه‌شان با مفاهیم انتزاعی ریاضی آشنا نمی‌شوند؛ از این رو این مفاهیم باید در محدوده‌ای از تجربیات عینی و ملموس و به صورت بازنمایی‌های چندگانه به آن‌ها معرفی شوند [۴].

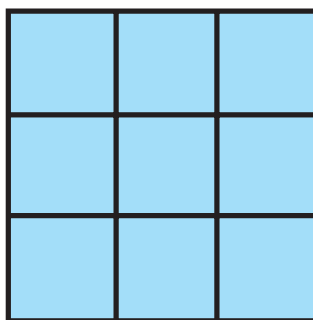
استفاده از بازنمایی‌های گوناگون و مرتبط کردن آن‌ها به یکدیگر، باعث درک بهتر دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی می‌شود. تحقیقات صورت گرفته در این حوزه نشان می‌دهد اگر بازنمایی‌ها به صورت مؤثری با هم متصل شوند، زمینه درک موضوعات ریاضی فراهم می‌شود. در نتیجه ایجاد ارتباط و اتصال بین بازنمایی‌های فیزیکی، تصویری، نمادین، نموداری، شفاهی و ذهنی از یک ایده ریاضی، نقش کلیدی در درک عمیق‌تر آن ایفا می‌کند [۳].

یک مثال عملی از به‌کارگیری بازنمایی‌های چندگانه در ریاضی دوره ابتدایی (مدل لش)

مثال زیر به عنوان تجربه آموزشی یکی از دانشجو-معلمان رشته آموزش ابتدایی دانشگاه فرهنگیان، به عنوان کار عملی برای درس «آموزش ریاضی در دوره ابتدایی» با استفاده از بازنمایی‌های چندگانه و برقراری ارتباط بین بازنمایی‌های مختلف، برای آموزش جدول شگفت‌انگیز به دانش‌آموزان، در کلاس اول ابتدایی انجام شده است:

بازنمایی ملموس (دنیای واقعی): در این بازنمایی، معلم کلاس، یک جدول مقوایی ۹ خانه‌ای 3×3 که خودش درست کرده بود (شکل ۲) به همراه ۳ مداد، ۳ تراش و ۳ پاک‌کن به کلاس آورد و به دانش‌آموزان گفت می‌خواهد به کمک آن‌ها یک بسته جایزه برای کمد جایزه‌ای که در کلاس بود، درست کنند به طوری که هر سطر یا ستون این بسته، شامل فقط یک مداد، یک تراش و یک پاک‌کن باشد تا هر دانش‌آموزی که جایزه به او تعلق می‌گیرد با هر انتخابی (انتخاب فقط یک سطر یا یک ستون دلخواه بسته جایزه) بتواند ۱ مداد، ۱ تراش و ۱ پاک‌کن جایزه بگیرد. سپس معلم با دادن یک جدول کاغذی 3×3 به تمام دانش‌آموزان (در قالب گروه‌های ۳ نفره) از آن‌ها خواست تا چگونگی قرار گرفتن جایزه‌ها را در کنار همدیگر با شرط گفته شده و با روش‌های مختلف به دست آورند (از طریق: چینش جایزه‌ها در جدول، رسم شکل جایزه‌ها، نوشتن نام جایزه‌ها، گفت‌وگو با

**به اعتقاد دبینز،
کودکان در زندگی
روزانه‌شان با مفاهیم
انتزاعی ریاضی
آشنا نمی‌شوند؛ از
این رو این مفاهیم
باید در محدوده‌ای
از تجربیات عینی و
ملموس و به صورت
بازنمایی‌های چندگانه
به آن‌ها معرفی شوند**



شکل ۲: جدول شگفت‌انگیز ۳×۳

یکدیگر در مورد نحوه قرار گرفتن جایزه‌ها در جدول شگفت‌انگیز).

بازنمایی فیزیکی (ابزار دست‌ورزی): در این مرحله دانش‌آموزان هر گروه دست به کار شده و مدادها، پاک‌کن‌ها و تراش‌هایی را که معلم‌شان به آن‌ها داده بود، در جدول قرار دادند.

بازنمایی تصویری (رسم شکل): در این مرحله از دانش‌آموزان هر گروه خواسته شد شکل مدادها، تراش‌ها و پاک‌کن‌ها را در جدول مورد نظر رسم کنند (با رسم شکل‌های ساده).

بازنمایی نوشتاری (نوشتن نام): در این مرحله از دانش‌آموزان هر گروه خواسته شد تا با نوشتن نام مداد، تراش و پاک‌کن در خانه‌های جدول داده شده، جدول را کامل کنند. (اجرای این مرحله نیز بعد از یادگیری و توانایی نوشتن برخی از حروف فارسی توسط دانش‌آموزان و البته با کمک و راهنمایی معلم انجام شد).

بازنمایی گفتاری (بحث و گفت‌وگوی کلامی): این مرحله شامل گفت‌وگوی دانش‌آموزان درباره چگونگی قرار گرفتن اشیاء (مدادها، تراش‌ها و پاک‌کن‌ها) در هر یک از بازنمایی‌های فیزیکی، تصویری، نوشتاری و ملموس می‌باشد.

نتیجه‌گیری

یاددهی و یادگیری مفاهیم و ایده‌های ریاضی به دانش‌آموزان همواره با مشکلاتی مواجه بوده است. فرایند یاددهی و یادگیری ریاضیات در مدارس باید به گونه‌ای باشد تا دانش‌آموزان بدانند که اغلب ایده‌های ریاضی می‌توانند به صورت ملموس، نموداری، نمادین و... معرفی شوند. باید تلاش کرد تا با فراهم

کردن یک دیدگاه شهودی برای دانش‌آموزان و حرکت تدریجی از تجربه‌های عینی و ملموس آن‌ها به سمت ایده‌های مجردتر و استفاده مناسب از بازنمایی‌های چندگانه به ساخته شدن مفاهیم و ایده‌های ریاضی، به آن‌ها کمک شود. یکی از روش‌های مفید برای نشان دادن ارتباط درون یک حوزه یا بین حوزه‌های گوناگون ریاضی و برقراری ارتباط بین بازنمایی‌های چندگانه یک مفهوم ریاضی، استفاده از نرم‌افزارهای آموزشی مناسبی است که دانش‌آموزان می‌توانند به صورت همزمان و با بیشترین سرعت و دقت، برای یادگیری یک مفهوم، ارتباط بین فرمول‌ها، جدول‌ها و نمودارها را به سادگی مشاهده کرده و با تغییر یکی از بازنمایی‌ها، تغییر حاصل در دیگر بازنمایی‌ها را ببینند و ارتباط بین آن‌ها را درک کنند. نرم‌افزارهای Cabri و Geogebra دو نمونه از نرم‌افزارهای ریاضی هستند که می‌توان برای آموزش مفاهیم ریاضی و مشاهده ارتباطات بین بازنمایی‌های گوناگون در کلاس‌های ریاضی از دوره ابتدایی تا دوره متوسطه مورد استفاده قرار داد.

پی‌نوشت‌ها

1. Multiple Representation
2. Ozel
3. National Concile of Teachers of Mathematics
4. Lesh
5. Dienes

منابع

۱. دافعی، حمید (۱۳۸۹). بازنمایی‌های چندگانه در آموزش ریاضی. *مجله رشد آموزش ریاضی*. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. شماره ۱۰۰. صص: ۷۵-۷۰.
۲. داودی، خسرو و همکاران (۱۳۹۱). *ریاضی اول دبستان*. وزارت آموزش و پرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. چاپ دوم.
۳. گویا، زهرا و امامی، علی (۱۳۹۲). بازنمایی‌ها و نقش آن در درک مفهوم تابع. *مجله رشد آموزش ریاضی*. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. شماره ۱۱۴. صص: ۳۵-۲۴.
۴. نوروزی لرکی، فرزانه و همکاران (۱۳۸۹). بازنمایی‌های چندگانه: فرایندی مهم در یاددهی و یادگیری کسرها. *نشریه علمی پژوهشی فناوری آموزش* (دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران). جلد ۵، شماره ۱. صص: ۲۳-۱۳.
5. National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM-2000). pp:67- 70,360- 363.

ایجاد ارتباط و اتصال بین بازنمایی‌های فیزیکی، تصویری، نمادین، نموداری، شفاهی و ذهنی از یک ایده ریاضی، نقش کلیدی در درک عمیق‌تر آن ایفا می‌کند